Prof. Dr. Alfred Toth

Zu einer qualitativen Verbandstheorie

1. Strukturell, d.h. „bourbakisch“ gesehen ist die mathematische Verbandstheorie ein Teilgebiet der Ordnungstheorie, die, zusammen mit der Algebra und der Topologie die Hauptteile der Mathematik ausmachen. Für den „Tagesgebrauch“ fällt die Verbandstheorie im wesentlich mit der Theorie der booleschen Verbnde zusammen (vgl. Hermes 1967). Nach einem frühen Vorschlag Max Benses wurde sie von Beckmann (1976) in die Semiotik eingeführt. Die Regeln sind äußerst einfach

$x.y \sqcap x.z = x.y,$

gdw. $y < z$,

sonst

$x.y \sqcap x.z = x.z,$

$x.y \sqcup x.z = x.z,$

gdw. $z > y$,

sonst

$x.y \sqcup x.z = x.y.$

Allerdings können mit diesen Regeln (die von uns abstrahiert wurden) keine Verbände zwischen Subzeichen verschiedener Triaden, nur zwischen solchen verschiedener Trichotomien gebildet werden.

2. Die 3-kontexturale Semiotik, die Rudolf Kaehr (vgl. Kaehr 2009) eingeführt hatte

	$1_{1.3}$	$2_{1.2}$	$3_{2.3}$
$1_{1.3}$	$1.1_{1.3}$	1.2_{1}	1.3_{3}
$2_{1,2}$	2.1_{1}	$2.2_{1.2}$	2.3_{2}
$3_{2.3}$	3.1_{3}	3.2_{2}	$3.3_{2.3}$

induziert allerdings wegen der Konteturiertheit der Subzeichen eine qualitative Verbandstheorie, für welche die beiden obigen elementaren Gesetze des Durchschnittes und der Vereinigung nicht gelten.

Wir haben nämlich

$1.2_{1} \sqcup_{1,3} 1.3_{3} = 1.1_{1.3}$

$2.1_{1} \sqcup_{1,2} 2.3_{2} = 2.2_{1.2}$

$3.2_{2} \sqcup_{2,3} 3.1_{3} = 3.3_{2.3}$.

In der quantitativen Verbandstheorie hätten wir dagegen natürlich

$1.1 \sqcup 1.2 = 1.2$

$1.2 \sqcup 1.3 = 1.3$

$2.1 \sqcup 2.2 = 2.2$

$2.2 \sqcup 2.3 = 2.3$

$3.1 \sqcup 3.2 = 3.2$

$3.2 \sqcup 3.3 = 3.3$.

Wir haben also beim Übergang von der quantitativen zur qualitativen Verbandstheorie zum ersten Mal den von Kronthaler (1986) nicht besprochenen Fall vor uns, daß durch den Übergang von der Mono- zur Polykontexturalität mathematische Regeln nicht zur relativiert, sondern ungültig werden und durch andere substituiert werden müssen!

Dasselbe gilt übrigens beim Übergang von den Subzeichen zu den semiotischen Morphismen. Aus

	$1_{1.3}$	$2_{1.2}$	$3_{2.3}$
$1_{1.3}$	$id_{1.3}$	α_1	α_3
$2_{1,2}$	$\alpha°_1$	$id_{1.2}$	α_2
$3_{2.3}$	$\alpha°_3$	$\alpha°_2$	$id_{2.3}$

erhalten wir nämlich

$\alpha_1 \sqcup_{1,3} \alpha_3 = id_{1.3}$

$\alpha°_1 \sqcup_{1,2} \alpha_2 = id_{1.2}$

$\alpha°_2 \sqcup_{2,3} \alpha°_3 = id_{2.3}$.

Literatur

Beckmann, Peter, Verbandtheoretische Darstellung der Subzeichen und Zeichenklassen. In: Semiosis 2, 1976, S. 31-36

Hermes, Hans, Einführung in die Verbandstheorie. 2. Aufl. Berlin 1967

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

15.12.2017